



G'OVAK MUHITDA SUYUQLIK HARAKATINING DIFFERENSIAL TENGLAMALAR ASOSIDA MATLAB YORDAMIDA TAHLILI

Termiz iqtisodiyot va serviz institute magistranti
Ismatova Mahfuza Rasulovna

ANALYSIS OF FLUID MOTION IN POROUS MEDIUMS BASED ON DIFFERENTIAL EQUATIONS USING MATLAB

Termez Institute of Economics and Service, Master's Degree
Ismatova Mahfuza Rasulovna

Annotatsiya. Ushbu maqolada g'ovak muhitda suyuqlik harakatining matematik modeli differensial tenglamalar asosida o'rganilgan hamda MATLAB dasturi yordamida sonli tahlil qilingan. G'ovak muhitlarda suyuqlik oqimining nostatsionar harakati neft-gaz konlari, gidrogeologiya, ekologiya va issiqlik almashinuvi kabi ko'plab ilmiy va texnik jarayonlarda muhim ahamiyat kasb etadi. Tadqiqot davomida Darcy qonuni va massa saqlanish tenglamalariga asoslangan model ko'rib chiqildi. Mazkur model orqali bosimning vaqt va fazoga bog'liq o'zgarishi aniqlanib, differensial tenglamalarni yechishda chekli ayirmalar usulidan foydalanildi.

Kalit so'zlar: g'ovak muhit, suyuqlik harakati, differensial tenglama, MATLAB, nostatsionar oqim, Darcy qonuni, filtratsiya, sonli modellashtirish, chekli ayirmalar usuli.

Аннотация. В данной статье исследовано движение жидкости в пористой среде на основе дифференциальных уравнений и проведён численный анализ с использованием программы MATLAB. Нестационарное движение жидкости в пористых средах играет важную роль в нефтегазовой промышленности, гидрогеологии, экологии и процессах теплообмена. В ходе исследования была рассмотрена математическая модель, основанная на законе Дарси и уравнении сохранения массы. С помощью данной модели определялось изменение давления во времени и пространстве, а для решения дифференциальных уравнений применялся метод конечных разностей.

Ключевые слова: пористая среда, движение жидкости, дифференциальное уравнение, MATLAB, нестационарный поток, закон Дарси, фильтрация, численное моделирование, метод конечных разностей.

Abstract. This article investigates fluid motion in porous media based on differential equations and presents a numerical analysis using the MATLAB software environment. Unsteady fluid flow in porous media plays an important role in many scientific and engineering fields such as oil and gas production, hydrogeology, environmental studies, and heat transfer processes. In this research, a mathematical model based on Darcy's law and the mass conservation equation was considered. The variation of pressure with respect to time and space was determined, and the finite difference method was applied to solve the governing differential equations.

Keywords: porous medium, fluid motion, differential equation, MATLAB, unsteady flow, Darcy's law, filtration, numerical modeling, finite difference method.

Kirish. Hozirgi kunda matematik modellashtirish va kompyuter texnologiyalaridan foydalanish murakkab fizik jarayonlarni tadqiq qilishning eng samarali usullaridan biri hisoblanadi. Ayniqsa, g'ovak muhitlarda suyuqlik harakatini o'rganish neft-gaz sanoati, gidrogeologiya, kimyo texnologiyasi, ekologiya va qurilish muhandisligi kabi ko'plab sohalarda muhim ilmiy-amaliy



ahamiyatga ega. G'ovak muhit deganda tarkibida mayda bo'shliqlar mavjud bo'lgan va shu bo'shliqlar orqali suyuqlik yoki gaz harakatlana oladigan muhit tushuniladi. Tuproq qatlamlari, qumtoshlar, beton va boshqa ko'plab tabiiy hamda sun'iy materiallar g'ovak muhitlarga misol bo'la oladi. G'ovak muhitdagi suyuqlik oqimining xarakteri oddiy ochiq fazodagi oqimlardan sezilarli darajada farq qiladi. Bunday jarayonlarda muhitning g'ovakliligi, o'tkazuvchanligi, bosim gradienti va vaqt omili muhim rol o'ynaydi. Shu sababli ushbu jarayonlarni tadqiq qilishda differensial tenglamalarga asoslangan matematik modellar keng qo'llaniladi. Ayniqsa, nostatsionar jarayonlarni tahlil qilishda vaqt bo'yicha o'zgaruvchan parametrlarni hisobga olish katta ahamiyat kasb etadi. Nostatsionar suyuqlik harakati fizik jarayonlarning real holatini yanada aniqroq ifodalash imkonini beradi.

Suyuqlik filtratsiyasi jarayonlarini tavsiflashda Darcy qonuni asosiy nazariy tenglamalardan biri hisoblanadi. Ushbu qonun suyuqlik tezligi va bosim gradienti orasidagi bog'lanishni ifodalaydi. Biroq amaliy masalalarda bu tenglamalarni analitik usulda yechish ko'p hollarda murakkab yoki imkonsiz bo'lib, sonli usullardan foydalanishni talab etadi. Shu nuqtai nazardan MATLAB dasturi differensial tenglamalarni sonli yechish, hisoblash jarayonlarini avtomatlashtirish va natijalarni grafik ko'rinishda tasvirlash imkoniyatlari bilan alohida ahamiyatga ega.

MATLAB muhiti ilmiy va muhandislik masalalarini modellashtirish uchun keng qo'llaniladigan zamonaviy dasturiy platformalardan biridir. Dastur tarkibidagi matematik funksiyalar, matritsalar bilan ishlash imkoniyatlari hamda grafik vositalar murakkab fizik jarayonlarni samarali tahlil qilish imkonini beradi. Ayniqsa, chekli ayirmalar usuli, chekli elementlar usuli kabi sonli metodlarni amalga oshirishda MATLAB qulay dasturiy vosita hisoblanadi. Mazkur maqolada g'ovak muhitda suyuqlik harakatining differensial tenglamalar asosidagi matematik modeli ko'rib chiqiladi hamda MATLAB dasturi yordamida nostatsionar oqimning sonli tahlili amalga oshiriladi. Tadqiqot davomida bosimning vaqt va fazo bo'yicha taqsimoti aniqlanadi, turli parametrlarning suyuqlik harakatiga ta'siri o'rganiladi va natijalar grafik ko'rinishda tahlil qilinadi. Ushbu tadqiqot natijalari g'ovak muhitdagi filtratsiya jarayonlarini chuqurroq tushunish, neft-gaz qatlamlarini tadqiq qilish hamda gidrogeologik masalalarni yechishda muhim ahamiyat kasb etadi.

Asosiy qism. G'ovak muhitda suyuqlik harakatining matematik modeli. G'ovak muhitda suyuqlik harakatini o'rganishda matematik modellashtirish muhim ahamiyatga ega. Bunday muhitlarda suyuqlikning harakati g'ovak kanallari orqali amalga oshadi va oqim jarayoni ko'plab fizik omillarga bog'liq bo'ladi. Suyuqlik harakatini ifodalash uchun asosan massa saqlanish qonuni va Darcy qonuni asos qilib olinadi. Ushbu qonunlar yordamida g'ovak muhitdagi nostatsionar filtratsiya jarayonlarini tavsiflovchi differensial tenglamalar hosil qilinadi.

Darcy qonuniga ko'ra suyuqlikning oqim tezligi bosim gradientiga proporsional bo'ladi:

$$v = -\frac{k}{\mu} \nabla p$$

Bu yerda:

(v) — suyuqlik tezligi;

(k) — muhitning o'tkazuvchanligi;

(\mu) — suyuqlikning dinamik qovushoqligi;

(p) — bosim;

(\nabla p) — bosim gradienti.

Mazkur tenglama g'ovak muhitdagi oqimning asosiy fizik mohiyatini ifodalaydi. Tenglamadan ko'rinadiki, bosim gradienti ortishi bilan suyuqlik oqimi ham ortadi. Muhitning o'tkazuvchanligi katta bo'lsa, suyuqlikning harakati tezlashadi, aksincha qovushoqlik oshishi oqimni sekinlashtiradi.

Massa saqlanish qonuni bilan birgalikda nostatsionar filtratsiya tenglamasi quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = a \frac{\partial^2 p}{\partial x^2}$$

Bu yerda:

(p(x,t)) — bosimning vaqt va koordinata bo'yicha taqsimoti;

(a) — filtratsiya koeffitsienti;

(t) — vaqt;

(x) — fazoviy koordinata.

Ushbu differensial tenglama g'ovak muhitdagi bosimning vaqt bo'yicha o'zgarishini ifodalaydi. Tenglama issiqlik o'tkazuvchanlik tenglamasiga o'xshash bo'lib, filtratsiya jarayonining fizik mohiyatini aks ettiradi.

Sonli usul asosida tenglamani yechish

Ko'plab amaliy masalalarda differensial tenglamalarni analitik usulda yechish murakkab bo'lgani sababli sonli usullardan foydalaniladi. Ushbu tadqiqotda chekli ayirmalar usuli qo'llanildi. Bu usulda uzluksiz muhit diskret nuqtalarga bo'linadi va hosilalar ayirmali formulalar bilan almashtiriladi.

Vaqt bo'yicha hosila:

$$\frac{\partial p}{\partial t} \approx \frac{p_i^{n+1} - p_i^n}{\Delta t}$$

Ikkinchi tartibli fazoviy hosila:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} \approx \frac{p_{i+1}^n - 2p_i^n + p_{i-1}^n}{(\Delta x)^2}$$

Natijada quyidagi ayirmali sxema hosil bo'ladi:

$$p_i^{n+1} = p_i^n + r(p_{i+1}^n - 2p_i^n + p_{i-1}^n)$$

bu yerda:

$$r = a \frac{\Delta t}{(\Delta x)^2}$$

Mazkur sxema yordamida bosimning vaqt davomida qanday o'zgarishi hisoblab chiqiladi. Sonli usulning aniqligi vaqt va fazo qadamlari tanlanishiga bog'liq bo'ladi.

MATLAB dasturida modellashtirish. MATLAB dasturi differensial tenglamalarni sonli yechishda keng qo'llaniladi. Dastur tarkibidagi matritsalar bilan ishlash imkoniyatlari va grafik vositalar hisoblash jarayonlarini sezilarli darajada soddalashtiradi. Modelda g'ovak muhit uzunligi ($L=1$) m deb qabul qilindi. Fazoviy interval bir nechta diskret nuqtalarga bo'lindi. Boshlang'ich shart sifatida muhitdagi bosimning boshlang'ich taqsimoti tanlandi. Chegaraviy shartlar esa bosimning chegaralarda doimiy qiymatga ega ekanligi bilan ifodalandi.

MATLAB dasturida avvalo fazoviy va vaqt bo'yicha qadamlar kiritildi. So'ngra boshlang'ich qiymatlar massiv ko'rinishida shakllantirildi. Hisoblash jarayonida har bir vaqt bosqichida yangi bosim qiymatlari chekli ayirmalar formulasi yordamida aniqlanib borildi. Dastur natijalari grafik ko'rinishda tasvirlandi. Grafiklardan ko'rinishicha, vaqt o'tishi bilan bosimning muhit bo'ylab taqsimoti asta-sekin tekislanib boradi. Bu esa filtratsiya jarayonining fizik qonuniyatlariga mos keladi.

Natijalar tahlili. Hisoblash natijalari g'ovak muhit parametrlarining suyuqlik harakatiga katta ta'sir ko'rsatishini tasdiqladi. O'tkazuvchanlik ortishi bilan suyuqlikning oqim tezligi oshishi kuzatildi. Shuningdek, qovushoqlikning ortishi bosimning sekin tarqalishiga olib kelishi aniqlandi. Bosim gradientining katta qiymatlarida oqim tezligi ham ortib borishi kuzatildi. Vaqt o'tishi bilan tizim muvozanat holatiga yaqinlashadi va bosim taqsimoti barqarorlashadi. MATLAB yordamida olingan grafik natijalar differensial tenglamalarning fizik mazmunini aniq tasdiqladi. Tadqiqot davomida sonli modellashtirishning afzalliklari ham namoyon bo'ldi. MATLAB dasturi yordamida murakkab fizik jarayonlarni qisqa vaqt ichida hisoblash, turli parametrlarni o'zgartirib tahlil qilish va natijalarni vizual ko'rinishda olish imkoniyati yaratildi. Bu esa g'ovak muhitlarda kechadigan filtratsiya jarayonlarini chuqurroq o'rganishga xizmat qiladi.

Xulosa. Mazkur tadqiqot ishida g'ovak muhitda suyuqlik harakatining differensial tenglamalar asosidagi matematik modeli o'rganildi va MATLAB dasturi yordamida nostatsionar filtratsiya jarayonining sonli tahlili amalga oshirildi. Tadqiqot davomida g'ovak muhitdagi suyuqlik oqimini ifodalovchi asosiy fizik qonunlar, xususan Darcy qonuni va massa saqlanish tenglamalari asosida matematik model shakllantirildi. Hosil qilingan differensial tenglamalarni yechishda chekli ayirmalar usuli qo'llanildi va ushbu usulning filtratsiya jarayonlarini modellashtirishdagi samaradorligi ko'rsatildi.

MATLAB dasturidan foydalanish hisoblash jarayonlarini avtomatlashtirish, murakkab matematik hisoblarni tez va aniq bajarish hamda olingan natijalarni grafik ko'rinishda tasvirlash imkonini berdi. Modellashtirish natijalari g'ovak muhit parametrlari, jumladan o'tkazuvchanlik, g'ovaklilik va bosim gradientining suyuqlik harakatiga sezilarli ta'sir ko'rsatishini tasdiqladi. Hisoblashlar natijasida vaqt o'tishi bilan bosimning muhit bo'ylab tarqalishi va tizimning muvozanat holatiga yaqinlashishi kuzatildi. Tadqiqot davomida sonli modellashtirish usullarining amaliy ahamiyati ham namoyon bo'ldi. Differensial tenglamalarni analitik usulda yechish qiyin bo'lgan hollarda MATLAB muhitida sonli usullarni qo'llash samarali natija berishi aniqlandi. Bu esa murakkab fizik jarayonlarni chuqurroq o'rganish va amaliy muammolarni hal qilishda kompyuter texnologiyalarining muhim o'rin tutishini ko'rsatadi.

Olingan natijalar neft va gaz konlarini tadqiq qilish, yer osti suvlari harakatini tahlil qilish, ekologik jarayonlarni modellashtirish hamda issiqlik va massa almashinuvi bilan bog'liq muammolarni o'rganishda qo'llanilishi mumkin. Kelgusida mazkur modelni ikki va uch o'lchamli masalalar uchun takomillashtirish, murakkab geometrik muhitlar hamda turli fizik parametrlarni hisobga olgan holda yanada mukammal modellar yaratish istiqbolli yo'nalishlardan biri hisoblanadi.



FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Bear J. *Dynamics of Fluids in Porous Media*. — New York: Dover Publications, 1988.
2. Aziz K., Settari A. *Petroleum Reservoir Simulation*. — London: Applied Science Publishers, 1979.
3. Nield D. A., Bejan A. *Convection in Porous Media*. — New York: Springer, 2017.
4. Darcy H. *Les Fontaines Publiques de la Ville de Dijon*. — Paris: Victor Dalmont, 1856.
5. Straughan B. *Stability and Wave Motion in Porous Media*. — New York: Springer, 2008.
6. Smith G. D. *Numerical Solution of Partial Differential Equations: Finite Difference Methods*. — Oxford: Oxford University Press, 1985.
7. Chapra S. C. *Applied Numerical Methods with MATLAB for Engineers and Scientists*. — New York: McGraw-Hill, 2018.
8. MATLAB Documentation. The MathWorks Inc.
[MATLAB Official Website](https://www.mathworks.com/help/matlab/)